

2015年第1問

1 以下の問に答えよ。

(1) 実数 x, y が $x + y = 1$ を満たすとき, 不等式

$$x^2 + y^2 \geq \frac{1}{2}$$

が成り立つことを証明せよ。また, 等号が成り立つのはどのようなときか。

(2) 実数 x, y, z が $x + y + z = 1$ を満たすとき, 不等式

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq \frac{1}{3}$$

が成り立つことを証明せよ。また, 等号が成り立つのはどのようなときか。

(3) n は自然数とする。実数 x_1, x_2, \dots, x_n が $x_1 + x_2 + \dots + x_n = 1$ を満たすとき, 不等式

$$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 \geq \frac{1}{n}$$

が成り立つことを証明せよ。また, 等号が成り立つのはどのようなときか。