

2014年工学部第2問

 数理
石井K

2 円 $C: x^2 + y^2 = 20$ と直線 $y = 2x$ の第1象限にある共有点を P とし、 x 軸に関して点 P と対称な点を Q とする。このとき、次の空所を埋めよ。

- (1) 点 P の座標は (,) であり、点 Q の座標は (,) である。
 (2) 円 C の点 P における接線 l の方程式は である。
 (3) (2) で求めた接線 l と x 軸の共有点 M の x 座標は である。
 (4) $\vec{MP} \cdot \vec{MQ} =$ であり、 $|\vec{MP}| =$ である。また、 $\cos \angle PMQ =$ である。

$$(1) x^2 + (2x)^2 = 20 \quad \therefore 5x^2 = 20$$

$$x > 0 \text{ より } x = 2 \quad \therefore \text{このとき } y = 4 \quad \therefore \underline{P(2, 4)} \quad \underline{Q(2, -4)}$$

$$(2) 2x + 4y = 20 \text{ より } \underline{y = -\frac{1}{2}x + 5}$$

$$(3) -\frac{1}{2}x + 5 = 0 \text{ より } x = 10 \quad \therefore \underline{M \text{ の } x \text{ 座標は } 10}$$

$$(4) \vec{MP} = \vec{OP} - \vec{OM} = (-8, 4)$$

$$\vec{MQ} = \vec{OQ} - \vec{OM} = (-8, -4)$$

$$\therefore \vec{MP} \cdot \vec{MQ} = 64 - 16 = \underline{48}$$

$$|\vec{MP}| = \sqrt{64 + 16} = \underline{4\sqrt{5}}$$

$$\text{同様に } |\vec{MQ}| = 4\sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} \therefore \cos \angle PMQ &= \frac{\vec{MP} \cdot \vec{MQ}}{|\vec{MP}| |\vec{MQ}|} \\ &= \frac{48}{(4\sqrt{5})^2} \\ &= \underline{\frac{3}{5}} \end{aligned}$$

