2013年 医学部 第4問

$\boxed{4}$ 関数 $f(x) = x\cos x - \sin x$ を区間 $I : \pi \leqq x \leqq 3\pi$ で考える．

(1) 不定積分 $\displaystyle\int f(x)\,dx$ を求めよ．

(2) 区間 I における関数 $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ．区間 I において $f(x) = 0$ をみたす2点を $x = s,\ t$ とする．ただし $s < t$ とする．

(3) s と t は，それぞれ次の4つの区間

$$\pi \leqq x \leqq \frac{3}{2}\pi, \quad \frac{3}{2}\pi \leqq x \leqq 2\pi,$$

$$2\pi \leqq x \leqq \frac{5}{2}\pi, \quad \frac{5}{2}\pi \leqq x \leqq 3\pi$$

のどれに入るか．

(4) x 軸の $4\pi - t \leqq x \leqq 2\pi$ の部分，直線 $x = 4\pi - t$，直線 $x = 2\pi$ および $y = f(x)$ で囲まれた図形の面積を S とする．また，x 軸の $2\pi \leqq x \leqq t$ の部分，$x = 2\pi$ および $y = f(x)$ で囲まれた図形の面積を T とする．このとき S と T の大小を比較せよ．