

2010年工学域(中期)第2問

2 平面上に4点O, A, B, Cがあり, 点Oを始点とするそれぞれの位置ベクトルを \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} とし,

$$|\vec{a}| = \sqrt{2}, |\vec{b}| = \sqrt{10}, \vec{a} \cdot \vec{b} = 2, \vec{a} \cdot \vec{c} = 8, \vec{b} \cdot \vec{c} = 20$$

が成り立つとする. このとき, 次の問いに答えよ.

(1) \vec{c} を \vec{a} と \vec{b} を用いて表せ.

(2) 点Cから直線ABに下ろした垂線と直線ABの交点をHとする. このとき, ベクトル \vec{OH} を \vec{a} と \vec{b} を用いて表せ. また, $|\vec{CH}|$ を求めよ.

(3) 実数 s, t に対して, 点Pを

$$\vec{OP} = s\vec{a} + t\vec{b}$$

で定める. s, t が条件

$$(s+t-1)(s+3t-3) \leq 0$$

を満たしながら変化するとき, $|\vec{CP}|$ の最小値を求めよ.