

2014年文系第3問

3 a, b を定数とし, 2 次の正方行列 A, X, Y は

$$A = aX + bY, \quad X + Y = E, \quad XY = O$$

をみたすとする. ここで, E と O はそれぞれ 2 次の単位行列と零行列を表す. このとき, $X + Y = E$ の両辺に左から X を掛けると $X^2 = X$ が成り立つことがわかる.

(1) $Y^2 = Y, YX = O$ が成り立つことを示せ.

(2) A が E の定数倍ではないとき, $A - aE$ と $A - bE$ はともに逆行列をもたないことを示せ.

(3) $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$ のとき, a, b ($a < b$) および X, Y を求めよ.