秋田大学

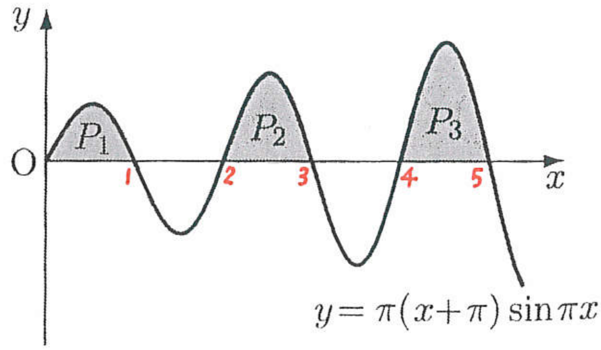
2010 年 第 1 問

数理 石井K

$\boxed{1}$ n を自然数とするとき，次の問いに答えよ．

(1) 不定積分 $\displaystyle\int \pi(x+\pi)\sin\pi x\,dx$ を求めよ．

(2) 下の図のように，曲線 $y=\pi(x+\pi)\sin\pi x\ (0 \leqq x \leqq 2n-1)$ と x 軸とで囲まれた図形の x 軸より上側にある部分を，原点側から順に P_1，P_2，P_3，…，P_n と分けるとき，図形 P_k の面積 $S_k\ (k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ n)$ を k の式で表せ．



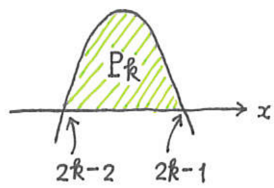
(3) (2) の S_k に対して，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} S_k$ を n の式で表せ．

(1) (与式) $= \int (x+\pi)\cdot(-\cos\pi x)'\,dx$

$= -(x+\pi)\cos\pi x + \int \cos\pi x\,dx$

$= \underline{\frac{1}{\pi}\sin\pi x - (x+\pi)\cos\pi x + C}$ （Cは積分定数）//

(2) 右図より，



$S_k = \int_{2k-2}^{2k-1} \pi(x+\pi)\sin\pi x\,dx$

$= \left[\frac{1}{\pi}\sin\pi x - (x+\pi)\cos\pi x\right]_{2k-2}^{2k-1}$

$= \underline{4k-3+2\pi}$ //

(3) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} S_k = 4\sum_{k=1}^{n} k + \sum_{k=1}^{n}(2\pi-3)$

$= 2n(n+1) + (2\pi-3)n$

$= \underline{2n^2-n+2\pi n}$ //