

弘前大学

2011年理系第6問

6 行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ が次の条件を満たしているものとする。

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{1}{2}} \\ \sqrt{\frac{3}{2}} \end{pmatrix} \quad A \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sqrt{\frac{3}{2}} \\ \sqrt{\frac{1}{2}} \end{pmatrix}$$

このとき、次の問いに答えよ。

- (1) A および A^2 を求めよ。
- (2) O を座標平面上の原点とし、 O と異なる点 $P(x_1, y_1)$ があり、他の2点 $Q(x_2, y_2)$, $R(x_3, y_3)$ に対して次の関係があるとする。

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = A^3 \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \end{pmatrix} = A^{-1} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$$

このとき、三角形 OQR が正三角形であることを証明せよ。

- (3) 点 P, Q は (2) と同じものとする。 $\angle OPQ$ の大きさを求めよ。