神戸大学

2011年 理系 第3問

$\boxed{3}$ n を2以上の自然数として，

$$S_n = \sum_{k=n}^{n^3-1} \frac{1}{k \log k}$$

とおく．以下の問に答えよ．

(1) $\displaystyle\int_n^{n^3} \frac{dx}{x \log x}$ を求めよ．

(2) k を2以上の自然数とするとき，

$$\frac{1}{(k+1)\log(k+1)} < \int_k^{k+1} \frac{dx}{x \log x} < \frac{1}{k \log k}$$

を示せ．

(3) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} S_n$ の値を求めよ．