大阪府立大学

2015年 第1問

数理 石井K

$\boxed{1}$ nを自然数とする．数字1が書かれたカードがn枚，数字4が書かれたカードが1枚，△が書かれたカードが1枚，合計$n+2$枚のカードがある．これら$n+2$枚のカードから2枚のカードを同時に引き，カードに書かれた数字の合計を得点とするが，引いたカードの中に△が書かれたカードが含まれる場合には，得点は0点とする．

(1) 得点が0点となる確率，得点が2点となる確率，得点が5点となる確率をそれぞれ求めよ．

(2) 得点の期待値を求めよ．

(3) (2)で求めた期待値をa_nとおくとき，$a_{n+1}-a_n$の符号を調べることにより，a_nが最大になるnをすべて求めよ．

(1) 得点が0点となる確率は． $\dfrac{1\cdot {}_{n+1}C_1}{{}_{n+2}C_2}=\underline{\dfrac{2}{n+2}}$ //

得点が2点となる確率は． $\dfrac{{}_nC_2}{{}_{n+2}C_2}=\underline{\dfrac{n(n-1)}{(n+2)(n+1)}}$ //　($n=1$のときも成り立つ)

得点が5点となる確率は． $\dfrac{1\cdot {}_nC_1}{{}_{n+2}C_2}=\underline{\dfrac{2n}{(n+2)(n+1)}}$ //

(2) 得点として考えられるのは (1) で考えた3通りなので

$$(\text{期待値})=0\cdot\frac{2}{n+2}+2\cdot\frac{n(n-1)}{(n+2)(n+1)}+5\cdot\frac{2n}{(n+2)(n+1)}$$

$$=\underline{\frac{2n(n+4)}{(n+2)(n+1)}}\ //$$

(3) $$a_{n+1}-a_n=\frac{2(n+1)(n+5)}{(n+3)(n+2)}-\frac{2n(n+4)}{(n+2)(n+1)}$$

$$=\frac{2(n+1)^2(n+5)-2n(n+3)(n+4)}{(n+1)(n+2)(n+3)}$$

$$=\frac{2(5-n)}{(n+1)(n+2)(n+3)}$$

$\therefore\ a_{n+1}-a_n\geqq 0 \iff 1\leqq n\leqq 5$ (等号成立は$n=5$)

$\therefore\ a_1<a_2<a_3<a_4<a_5=a_6>a_7>a_8>\cdots$

$\therefore\ a_n$が最大となるのは．$\underline{n=5,6}$ //のとき．