

2013年文系第5問

5 a, b は実数の定数で $|a| < |b|$ をみたすとする. 行列 A を

$$A = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} a+2b & -2a+2b \\ -a+b & 2a+b \end{pmatrix}$$

によって定めるとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) $x_0 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + y_0 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 13 \end{pmatrix}$ をみたす x_0, y_0 を求めよ.
- (2) $A \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, A \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ を求めよ.
- (3) n を自然数とする. $x_n \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + y_n \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = A^n \begin{pmatrix} 2 \\ 13 \end{pmatrix}$ をみたす x_n, y_n を a, b, n を用いて表せ.
- (4) 数列 $\{p_n\}, \{q_n\}$ を $\begin{pmatrix} p_n \\ q_n \end{pmatrix} = A^n \begin{pmatrix} 2 \\ 13 \end{pmatrix}$ によって定めるとき, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{q_n}{p_n}$ を求めよ.