

2015年理系第5問

5  $n$  を相異なる素数  $p_1, p_2, \dots, p_k$  ( $k \geq 1$ ) の積とする.  $a, b$  を  $n$  の約数とすると、 $a, b$  の最大公約数を  $G$ , 最小公倍数を  $L$  とし,

$$f(a, b) = \frac{L}{G}$$

とする.

- (1)  $f(a, b)$  が  $n$  の約数であることを示せ.
- (2)  $f(a, b) = b$  ならば,  $a = 1$  であることを示せ.
- (3)  $m$  を自然数とすると、 $m$  の約数であるような素数の個数を  $S(m)$  とする.  $S(f(a, b)) + S(a) + S(b)$  が偶数であることを示せ.