

2013年 第3問

3 以下の問いに答えよ。

(1) 自然数 n に対して,

$$(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos(n\theta) + i \sin(n\theta)$$

が成り立つことを n に関する数学的帰納法により証明せよ。ただし, i は虚数単位とする。

(2) $\cos(n\theta) = 0$ をみたすような θ をすべて求めよ。

(3) $t = \cos \theta$ とする。 (1) の等式を使って, $\cos 5\theta = f(t)$ をみたす多項式 $f(t)$ を求めよ。

(4) $f(t) = 0$ のすべての解を $\cos \alpha$ ($0 \leq \alpha \leq \pi$) の形で表せ。また, それらを大きい順に並べよ。

(5) $\cos \frac{3}{10}\pi$ を求めよ。