

2015年工学部第3問



3 関数 $f(x) = (\log x)^2$ とおく. t を正の数とするとき, 下の問いに答えなさい.

- (1) $f'(x)$ を求めなさい.
 (2) $x = t$ における $y = f(x)$ の接線の方程式を求めなさい.
 (3) (2) で求めた接線と y 軸との交点の y 座標 $g(t)$ を求めなさい.
 (4) $g(t)$ の最小値と, その最小値を与える t の値を求めなさい.

$$(1) f'(x) = \frac{1}{x} \cdot 2 \log x = \frac{2 \log x}{x} //$$

$$(2) y = f'(t)(x-t) + f(t) \text{ より } y = \frac{2 \log t}{t} x + (\log t)^2 - 2 \log t //$$

(3) $x = 0$ を代入して.

$$g(t) = (\log t)^2 - 2 \log t //$$

$$(4) g'(t) = \frac{2 \log t}{t} - \frac{2}{t} = \frac{2(\log t - 1)}{t}$$

∴ 右の増減表より

t	(0) ...	e	...
$g'(t)$		-	0 +
$g(t)$		↓	-1 ↑

$g(t)$ の最小値は, $t = e$ のとき, $g(e) = -1 //$

(4) の別解 (こっちで解けばよかつた...)

$$g(t) = (\log t - 1)^2 - 1$$

∴ $t = e$ のとき, 最小値 -1