

2016年 理工学部 第3問

3 6枚の硬貨に1から6まで番号を1つずつ付け、はじめにすべて表向きにして並べておき、以下の操作を繰り返す。

操作

さいころを2個投げて出た目の小さい方から大きい方までの番号の硬貨を裏返す。ただし、2個のさいころの目が同じ場合はその番号の硬貨のみを裏返す。

たとえば、1回目にさいころを2個投げて2と4の目が出たとすると、番号2, 3, 4の硬貨を裏返すので硬貨の向きは番号1の硬貨から順に表, 裏, 裏, 裏, 表, 表となる。続いて2回目にさいころを2個投げて2個とも3の目が出たとすると、番号3の硬貨のみを裏返すので硬貨の向きは番号1の硬貨から順に表, 裏, 表, 裏, 表, 表となる。

- (1) 1回目の操作を終えたとき番号3の硬貨の向きが表である確率は であり、2回目の操作を終えたとき番号3の硬貨の向きが表である確率は である。また、2回目の操作を終えたとき番号3と番号4の硬貨のうち少なくとも一方の向きが表である確率は である。
- (2) n 回目の操作を終えたとき番号3と番号4の2つの硬貨の向きがともに表である確率を p_n 、ともに裏である確率を q_n とする。このとき、関係式

$$p_{n+1} - q_{n+1} = \text{ス} (p_n - q_n) + \text{セ}$$

$$p_{n+1} + q_{n+1} = \text{ソ} (p_n + q_n) + \text{タ}$$

が成り立ち、 p_n を n を用いて表すと $p_n = \text{チ}$ となる。ただし、 ~ には数を記入すること。