

2015年 第2問

2  $\triangle ABC$  の頂点を移動する点  $P$  があり、初め頂点  $A$  にいる。その後、1 秒毎に、以下の規則に従ってその位置を変化させる。

- (i) 頂点  $A$  にいるときは、確率  $\frac{1}{2}$  で頂点  $B$  に移るか、確率  $\frac{1}{2}$  で頂点  $C$  に移る。
- (ii) 頂点  $B$  にいるときは、確率  $\frac{1}{2}$  で頂点  $A$  に移るか、確率  $\frac{1}{4}$  で頂点  $B$  にとどまるか、確率  $\frac{1}{4}$  で頂点  $C$  に移る。
- (iii) 頂点  $C$  にいるときは、確率  $\frac{1}{2}$  で頂点  $A$  に移るか、確率  $\frac{1}{4}$  で頂点  $B$  へ移るか、確率  $\frac{1}{4}$  で頂点  $C$  にとどまる。

初め頂点  $A$  にいた点  $P$  が  $n$  秒後に頂点  $A$ 、頂点  $B$  にいる確率をそれぞれ  $p_n$ 、 $q_n$  とする。以下の問いに答えよ。

- (1)  $p_1$ 、 $q_1$ 、 $p_2$ 、 $q_2$  を求めよ。
- (2)  $p_{n+1}$ 、 $q_{n+1}$  をそれぞれ  $p_n$  の式で表せ。
- (3)  $p_n$ 、 $q_n$  をそれぞれ  $n$  の式で表せ。
- (4)  $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$ 、 $\lim_{n \rightarrow \infty} q_n$  をそれぞれ求めよ。