2012年 教育学部（中等数学） 第5問

$\boxed{5}$ 関数 $f(x)$ は微分可能で，導関数 $f'(x)$ は連続であるとする．$p(x) = xe^{2x}$ とおくとき，$f(x)$ は

$$\int_0^x f(t)\cos(x-t)\,dt = p(x)$$

を満たしている．このとき次の問いに答えよ．

(1) $f(0) = p'(0)$ を示せ．

(2) $f'(x) = p(x) + p''(x)$ を示せ．

(3) $f(x)$ を求めよ．