数理
石井K

2014 年 経済学部 第 1 問

$\boxed{1}$ 1 辺の長さが 1 である正六角形の頂点を時計の針の回り方と逆回りに A，B，C，D，E，F とし，$\overrightarrow{AB} = \vec{a}$，$\overrightarrow{AF} = \vec{b}$ とする．

(1) $\vec{a}\cdot\vec{b} = \dfrac{\overset{-}{\boxed{\ 1\ }}\overset{1}{\boxed{\ 2\ }}}{\boxed{\ 3\ }\,2}$，$(2\vec{a}+3\vec{b})\cdot(3\vec{a}-2\vec{b}) = \dfrac{\overset{-}{\boxed{\ 4\ }}\overset{5}{\boxed{\ 5\ }}}{\boxed{\ 6\ }\,2}$ である．

(2) $\overrightarrow{AP} = 2s\vec{a} + (3-3s)\vec{b}$ で与えられる点 P が △ACF の内部に存在するような実数 s の値の範囲は

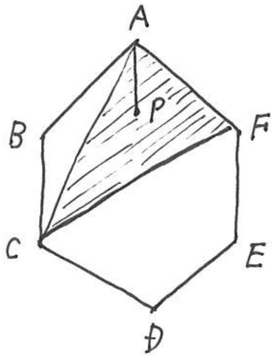
$$\frac{2\,\boxed{\ 7\ }}{3\,\boxed{\ 8\ }} < s < \frac{\boxed{\ 9\ }\,3}{\boxed{10}\,4}$$

である．

(3) 正六角形 ABCDEF の外接円を S とする．S の周上の任意の点 Q に対して，ベクトル $\vec{q} = \overrightarrow{AQ}$ は

$$\underset{-}{\boxed{11}}\underset{1}{\boxed{12}}\,\vec{q}\cdot\vec{q} + \boxed{13}\underset{2}{\boxed{14}}\,\vec{a}\cdot\vec{q} + 2\vec{b}\cdot\vec{q} = 0$$

をみたす．



(1) $\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cdot\cos 120^\circ = \underline{-\frac{1}{2}}$ //

$(2\vec{a}+3\vec{b})\cdot(3\vec{a}-2\vec{b}) = 6|\vec{a}|^2 + 5\vec{a}\cdot\vec{b} - 6|\vec{b}|^2$

$= \underline{-\frac{5}{2}}$ //

(2) $\overrightarrow{AC} = 2\vec{a} + \vec{b}$ より $\vec{a} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} - \vec{b})$

$\therefore \overrightarrow{AP} = 2s\cdot\frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} - \vec{b}) + (3-3s)\vec{b}$

$= s\overrightarrow{AC} + (3-4s)\vec{b}$

$\therefore$ $0 < s + 3 - 4s < 1$ かつ $0 < s < 1$ かつ $0 < 3 - 4s < 1$

$\therefore \underline{\frac{2}{3} < s < \frac{3}{4}}$ //

(3) $\angle AQD = 90^\circ$ となるので，$\overrightarrow{AQ}\cdot\overrightarrow{DQ} = 0$

$\therefore \vec{q}\cdot(\vec{q} - \overrightarrow{AD}) = 0 \iff \vec{q}\cdot(\vec{q} - (2\vec{a} + 2\vec{b})) = 0$

$\therefore \vec{q}\cdot\vec{q} - 2\vec{a}\cdot\vec{q} - 2\vec{b}\cdot\vec{q} = 0$

$\therefore \underline{-\vec{q}\cdot\vec{q} + 2\vec{a}\cdot\vec{q} + 2\vec{b}\cdot\vec{q} = 0}$ //