



2016年 コンピュータ理工 第1問

1 次の問いに答えよ。

- (1) 次の計算をせよ。ただし、 i は虚数単位である。
- (i) $\int_1^e x^9 \log x dx = \boxed{\text{イ}}$
- (ii) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \cos\left(\frac{k\pi}{2n}\right) = \boxed{\text{ロ}} \frac{2}{\pi}$
- (iii) $(-1+i)^{21} = \boxed{\text{ハ}} -1024 + 1024i$
- (2) 1333 と 1147 の最大公約数は $\boxed{\text{ニ}}$ である。
- (3) 方程式 $8^x + 4^x = 9 \times 2^x + 9$ の解は $x = \boxed{\text{ホ}}$ である。
- (4) $0 \leq x \leq \pi$ において関数 $y = 2 \sin^2 x + 2 \cos x + 1$ は $x = \boxed{\text{ヘ}}$ のとき、最大値 $\boxed{\text{ト}}$ をとる。
- (5) $\triangle ABC$ において、 $|\vec{AC}| = 6$, $|\vec{BC}| = \sqrt{13}$, $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 24$ であるとき、 $|\vec{AB}| = \boxed{\text{チ}}$ であり、 $\triangle ABC$ の面積は $\boxed{\text{リ}}$ である。

(ii) 区分解法により。

$$(等式) = \int_0^1 \cos \frac{\pi}{2} x dx = \left[\frac{2}{\pi} \sin \frac{\pi}{2} x \right]_0^1 = \frac{2}{\pi} //$$

(iii) $(-1+i)^2 = -2i$, $(-1+i)^4 = (-2i)^2 = -4$

$$\therefore (-1+i)^{21} = (-4)^5 \cdot (-1+i) = -1024 + 1024i //$$

(2) ユークリッドの互除法により。

$$1333 = 1147 \cdot 1 + 186$$

$$1147 = 186 \cdot 6 + 31$$

$$186 = 31 \cdot 6$$

\therefore 最大公約数は $\underline{31} //$

(3) $2^x = t (> 0)$ とおくと。

$$t^3 + t^2 = 9t + 9$$

$$\therefore (t+1)(t+3)(t-3) = 0 \quad \therefore t = -1, \pm 3$$

$$t > 0 \text{ より } t = 3$$

$$\therefore 2^x = 3 \quad \therefore x = \underline{\log_2 3} //$$

(4)

$$y = 2(1 - \cos^2 x) + 2 \cos x + 1$$

$$= -2 \cos^2 x + 2 \cos x + 3$$

$$= -2 \left(\cos x - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{7}{2}$$

$\therefore 0 \leq x \leq \pi$ より。

$$x = \frac{\pi}{3} \text{ のとき } \text{最大値 } \underline{\frac{7}{2}} //$$

(5) $|\vec{BC}| = |\vec{AC} - \vec{AB}|$ より

$$|\vec{AC} - \vec{AB}|^2 = |\vec{AC}|^2 - 2\vec{AB} \cdot \vec{AC} + |\vec{AB}|^2$$

$$= 36 - 2 \cdot 24 + |\vec{AB}|^2$$

$$= |\vec{AB}|^2 - 12$$

$$\therefore 13 = |\vec{AB}|^2 - 12$$

$$\therefore |\vec{AB}|^2 = 25 \quad \underline{|\vec{AB}| = 5} //$$

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \sqrt{|\vec{AB}|^2 |\vec{AC}|^2 - (\vec{AB} \cdot \vec{AC})^2}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{5^2 \cdot 6^2 - 24^2}$$

$$= \underline{9} //$$