

2015年 第2問

2 $\triangle ABC$ の頂点を移動する点 P があり、初め頂点 A にいる。その後、1秒毎に、以下の規則に従ってその位置を変化させる。

- (i) 頂点 A にいるときは、確率 $\frac{1}{2}$ で頂点 B に移るか、確率 $\frac{1}{2}$ で頂点 C に移る。
- (ii) 頂点 B にいるときは、確率 $\frac{1}{2}$ で頂点 A に移るか、確率 $\frac{1}{4}$ で頂点 B にとどまるか、確率 $\frac{1}{4}$ で頂点 C に移る。
- (iii) 頂点 C にいるときは、確率 $\frac{1}{2}$ で頂点 A に移るか、確率 $\frac{1}{4}$ で頂点 B へ移るか、確率 $\frac{1}{4}$ で頂点 C にとどまる。

初め頂点 A にいた点 P が n 秒後に頂点 A 、頂点 B にいる確率をそれぞれ p_n 、 q_n とする。以下の問いに答えよ。

- (1) p_1 、 q_1 、 p_2 、 q_2 を求めよ。
- (2) p_{n+1} 、 q_{n+1} をそれぞれ p_n の式で表せ。
- (3) p_n 、 q_n をそれぞれ n の式で表せ。
- (4) $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$ 、 $\lim_{n \rightarrow \infty} q_n$ をそれぞれ求めよ。