尾道市立大学

2016年 経済情報 第2問

$\boxed{2}$ a, bは定数で$b>0$とする．2つの2次方程式

$$x^2+2ax-a^2+b=0 \quad \cdots ①$$
$$x^2+ax+a+\frac{5}{4}=0 \quad \cdots ②$$

について，以下の問いに答えなさい．

(1) $b=2$とするとき，2つの2次方程式①と②がともに実数解をもつようなaの値の範囲を求めなさい．

(2) $b=\frac{1}{2}$とするとき，2つの2次方程式①と②のどちらか一方だけが実数解をもつようなaの値の範囲を求めなさい．

(3) 2次方程式①が実数解をもち，2次方程式②が実数解をもたないようなaの値の範囲をbを用いて表しなさい．

(1) ①, ②の判別式をそれぞれD_1, D_2とすると，

①, ②がともに実数解をもつ $\iff D_1 \geqq 0$ かつ $D_2 \geqq 0$

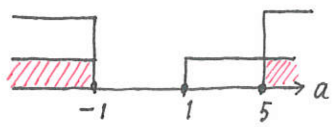
$\iff D_1/4 = a^2-(-a^2+b) \geqq 0$ かつ $D_2 = a^2-4\left(a+\frac{5}{4}\right) \geqq 0$

いま, $b=2$より,

$2a^2-2 \geqq 0$ かつ $a^2-4a-5 \geqq 0$

$\therefore a^2 \geqq 1$ かつ $(a-5)(a+1) \geqq 0$

$\therefore (a \leqq -1,\ 1 \leqq a)$ かつ $(a \leqq -1,\ 5 \leqq a)$

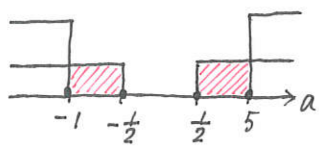


よって, 右の図より. $\underline{a \leqq -1,\ 5 \leqq a}$ //

(2) (1)と同様に, $D_1 \geqq 0$ と $D_2 \geqq 0$ のどちらか一方だけが成り立つ

$\therefore a^2 \geqq \frac{1}{4}$ と $(a-5)(a+1) \geqq 0$ のどちらか一方だけが成り立つ

$\therefore a \leqq -\frac{1}{2},\ \frac{1}{2} \leqq a$ と $a \leqq -1,\ 5 \leqq a$ のどちらか一方だけが成り立つ



右の図より. $\underline{-1 < a \leqq -\frac{1}{2},\ \frac{1}{2} \leqq a < 5}$ //

等号が入るところに注意

(3) 同様に, $D_1 \geqq 0$ かつ $D_2 < 0$

$\therefore a^2 \geqq \frac{1}{2}b$ かつ $-1 < a < 5$

$b>0$より. $\left(a \leqq -\sqrt{\frac{b}{2}},\ \sqrt{\frac{b}{2}} \leqq a\right)$ かつ $-1<a<5$

$$\begin{cases} 0<b<2 \text{ のとき. } -1<a \leqq -\sqrt{\frac{b}{2}},\ \sqrt{\frac{b}{2}} \leqq a < 5 \\ 2 \leqq b < 50 \text{ のとき } \sqrt{\frac{b}{2}} \leqq a < 5 \\ b \geqq 50 \text{ のとき 解なし} \end{cases}$$

//