

2010年第3問

3 O を原点とする座標平面において、曲線 $y = x^3$ 上の点 $P(t, t^3)$ から x 軸に下ろした垂線と x 軸との交点を H とする。ただし、 $t > 0$ である。 H を通り線分 OP に垂直な直線と y 軸との交点を Q とし、線分 HQ と線分 OP の交点を R とする。 $\triangle ORQ$ の面積を S_1 、 $\triangle HPR$ の面積を S_2 とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 点 Q の y 座標を求めよ。
- (2) 点 R の x 座標を求めよ。
- (3) S_1 と S_2 を t の式で表せ。
- (4) $\lim_{t \rightarrow \infty} S_1 S_2$ の値を求めよ。
- (5) $S_1 + S_2$ の最小値を求めよ。