



2015年 理学部・医学部 第2問

2 関数  $f(x) = nx^2 - 2(a_1 + a_2 + \cdots + a_n)x + (a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2)$  を考える。ただし、 $n$  は正の整数で、 $a_1, a_2, \dots, a_n$  は実数である。次の問いに答えよ。

- (1)  $n = 1$  および  $n = 2$  のとき、常に  $f(x) \geq 0$  であることを示せ。
- (2) すべての  $n$  に対し、常に  $f(x) \geq 0$  であることを示せ。
- (3)  $(a_1 + a_2 + \cdots + a_n)^2 \leq n(a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2)$  であることを示せ。
- (4)  $(a_1 + a_2 + \cdots + a_n)^2 = n(a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2)$  であれば、 $a_1, a_2, \dots, a_n$  はすべて等しいことを示せ。