

2010年 経済・地域政策 第2問


 数理
石井K

2 2直線 $2x + y + 1 = 0$, $2x - ky + 2 = 0$ のなす角を θ ($0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$) とする. $\theta = 45^\circ$ となるように, 定数 k の値を定めよ.

$2x + y + 1 = 0$ と x 軸のなす角を θ_1 とおくと.

$$y = -2x - 1 \text{ より, } \tan \theta_1 = -2 \dots \textcircled{1}$$

$k = 0$ のときは $\theta = 45^\circ$ とならないので $k \neq 0$ とする.

$y = \frac{2}{k}x + \frac{2}{k}$ より, $2x - ky + 2 = 0$ と x 軸のなす角 θ_2 は,

$$\tan \theta_2 = \frac{2}{k} \dots \textcircled{2} \text{ となる.}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \textcircled{2} \text{ より, } \tan(\theta_1 - \theta_2) &= \frac{\tan \theta_1 - \tan \theta_2}{1 + \tan \theta_1 \tan \theta_2} \\ &= \frac{-2 - \frac{2}{k}}{1 + (-2) \cdot \frac{2}{k}} \\ &= \frac{-2k - 2}{k - 4} \end{aligned}$$

$\therefore \tan(\theta_1 - \theta_2) = \pm \tan 45^\circ$ となればよいので

$$\frac{-2k - 2}{k - 4} = \pm 1 \iff k = \frac{2}{3}, -6 //$$

