

2015年教育学部第2問



2 m を定数とし、放物線 $y = x^2 + mx - 2m + 1$ を C_1 とします。次の問いに答えなさい。

- (1) C_1 を原点に関して対称移動した後、さらに x 軸方向に 1, y 軸方向に $-m$ だけ平行移動した放物線を C_2 とするとき、放物線 C_2 の方程式を求めなさい。
 (2) 2つの放物線 C_1, C_2 がともに、 x 軸と共有点をもつような定数 m の値の範囲を求めなさい。

(1) C_1 を原点に関して対称移動した放物線の方程式は、

$$-y = (-x)^2 + m(-x) - 2m + 1$$

$$\text{すなわち、} y = -x^2 + mx + 2m - 1$$

これを x 軸方向に 1, y 軸方向に $-m$ 平行移動すると、

$$y - (-m) = -(x-1)^2 + m(x-1) + 2m - 1$$

$$\therefore \underline{C_2: y = -x^2 + (m+2)x - 2} //$$

(2) $f(x) = x^2 + mx - 2m + 1$, $g(x) = -x^2 + (m+2)x - 2$ とおく

$f(x) = 0$ の判別式を D_f , $g(x) = 0$ の判別式を D_g とすると

条件は、 $D_f \geq 0$ かつ $D_g \geq 0$ であるから、

$$D_f = m^2 - 4(-2m + 1) \geq 0 \quad \text{かつ} \quad D_g = (m+2)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-2) \geq 0$$

$$\therefore m^2 + 8m - 4 \geq 0 \quad \text{かつ} \quad (m+2)^2 \geq 8$$

$$\therefore m \leq -4 - 2\sqrt{5}, -4 + 2\sqrt{5} \leq m \quad \text{かつ} \quad m \leq -2 - 2\sqrt{2}, -2 + 2\sqrt{2} \leq m$$

$$-4 - 2\sqrt{5} < -2 - 2\sqrt{2} < -4 + 2\sqrt{5} < -2 + 2\sqrt{2}$$

の大小関係より、

$$\underline{m \leq -4 - 2\sqrt{5}, -2 + 2\sqrt{2} \leq m} //$$

