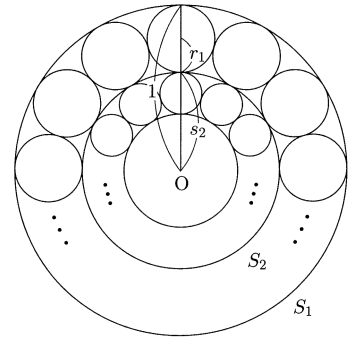




2011年第4問

4 k, n は自然数で $n \geq 3$ とする. 平面上の点 O を中心とする半径 1 の円を S_1 とする. 右の図のように, 半径 r_1 の n 個の円は隣り合う他の 2 つの円と外接し, かつ S_1 に内接している. さらに, 点 O を中心とする円 S_2 は, 半径 r_1 のすべての円に外接している. 同様に, $k \geq 2$ に対して, 半径 r_k の n 個の円は隣り合う他の 2 つの円と外接し, かつ円 S_k に内接している. さらに点 O を中心とする円 S_{k+1} は, 半径 r_k のすべての円に外接している. S_2 の半径を s_2 とする. 以下の問に答えよ.



- (1) r_1 と s_2 を n を用いて表せ.
- (2) 半径 r_k の 1 つの円の面積を $T_k(n)$ とする. $T_k(n)$ を k と n を用いて表せ.
- (3) $U(n) = n \sum_{k=1}^{\infty} T_k(n)$ とする. $U(n)$ を求めよ.
- (4) $\lim_{n \rightarrow \infty} U(n)$ を求めよ.