2014年 理系 第3問

$\boxed{3}$ a, b, c を実数とする．行列 $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ a & -3 \end{pmatrix}$, $P=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & -6 \end{pmatrix}$ は $P^{-1}AP=\begin{pmatrix} 3 & b \\ 0 & c \end{pmatrix}$ を満たすとする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) a, b, c の値を求めよ．

(2) A は逆行列をもつことを示し，A の逆行列 A^{-1} を求めよ．

(3) 自然数 n に対して，A^n を求めよ．

(4) 自然数 n に対して，$(A+6A^{-1})^n$ を求めよ．