

## 2015年理系第4問

4 Oを原点とする座標空間内に点  $A(0, 0, 1)$ ,  $B(1, 0, 1)$ ,  $C(1, 1, 1)$  が与えられている. 線分  $OC$  を1つの対角線とし, 線分  $AB$  を一辺とする立方体を直線  $OC$  の周りに回転して得られる回転体  $K$  の体積を求めたい. 次の問いに答えよ.

- (1) 点  $P(0, 0, p)$  ( $0 < p \leq 1$ ) から直線  $OC$  へ垂線を引いたときの交点  $H$  の座標と線分  $PH$  の長さを求めよ.
- (2) 点  $Q(q, 0, 1)$  ( $0 \leq q \leq 1$ ) から直線  $OC$  へ垂線を引いたときの交点  $I$  の座標と線分  $QI$  の長さを求めよ.
- (3) 原点  $O$  から点  $C$  方向へ線分  $OC$  上を距離  $u$  ( $0 \leq u \leq \sqrt{3}$ ) だけ進んだ点を  $U$  とする. 点  $U$  を通り直線  $OC$  に垂直な平面で  $K$  を切ったときの切り口の円の半径  $r$  を  $u$  の関数として表せ.
- (4)  $K$  の体積を求めよ.