



2012年 理学部（数学） 第2問

2 $x > 0$ のとき、 $\tan \theta = x$ となる θ が $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ の範囲にただ1つ存在する。その θ を $f(x)$ と表すことにする。

- (1) $f\left(\frac{2}{k}\right) + f\left(\frac{2}{l}\right) = \frac{\pi}{4}$ を満たす自然数の組 (k, l) を求めよ。ただし、 $k \leq l$ とする。
- (2) 自然数 m, n について、 $\sin\left\{2f\left(\frac{m}{n}\right)\right\}$ を m と n を用いて表せ。
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{m=1}^n \sin\left\{2f\left(\frac{m}{n}\right)\right\}$ を求めよ。