

2015年1期2日目第3問



3 AB = 4, BC = 1の長方形 ABCD と三角形 APQ がある。三角形 APQ の頂点 P は長方形 ABCD の辺 BC 上に、頂点 Q は辺 CD 上にあり、CQ = 4BP (BP ≠ 0) を満たしている。三角形 APQ の面積を S とおいて、次の各問の空欄に当てはまる最も適切な数値を記入せよ。

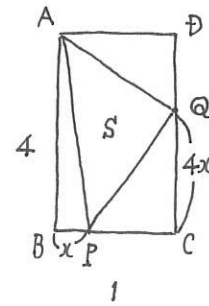
(1) BP = $\frac{1}{4}$ のとき、 $S = \frac{\boxed{15}}{\boxed{16}}$ ¹³/₈ である。

(2) 三角形 ABP と三角形 ADQ の面積の和は $\boxed{17}$ ² である。

(3) BP = x (0 < x ≤ 1) とおくと S = $\boxed{18}$ ² x² - $\boxed{19}$ ² x + $\boxed{20}$ ² であり、S = $\frac{7}{4}$ となるのは x = $\frac{\boxed{21}}{\boxed{23}}$ ² ± $\sqrt{\frac{\boxed{22}}{\boxed{23}}}$ ² のときである。また x = $\frac{\boxed{24}}{\boxed{25}}$ ¹/₂ のとき S は最小となり、その値は $\frac{\boxed{26}}{\boxed{27}}$ ³/₂ である。

(1) BP = $\frac{1}{4}$ のとき、CP = $\frac{3}{4}$, CQ = 4BP = 1, DQ = 3 あり

$$\begin{aligned} S &= 4 \times 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 1 \\ &= 4 - \frac{1}{2} - \frac{3}{8} - \frac{3}{2} \\ &= \frac{13}{8} \end{aligned}$$



(2) $\Delta ABP + \Delta ADQ = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot BP + \frac{1}{2} \cdot (4 - 4BP) \cdot 1 = \underline{2}$ 〃

(3) $S = 4 - (\Delta ABP + \Delta ADQ) - \Delta PCQ$

$$= 4 - 2 - \frac{1}{2} \cdot (1-x) \cdot 4x$$

$$= 2 - 2x(1-x)$$

$$= \underline{2x^2 - 2x + 2}$$
 〃

$$2x^2 - 2x + 2 = \frac{7}{4} \text{ を解く. } 8x^2 - 8x + 1 = 0 \quad \therefore x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 8}}{16}$$

$$\therefore x = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{4} \quad \text{これらは、} 0 < x \leq 1 \text{ を満たす}$$

$$S = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{2}$$

$$\therefore \underline{x = \frac{1}{2}}$$
 のとき、S は 最小値 $\frac{3}{2}$ をとる。