0000301638969999

大分大学

2011年 工学部 第3問

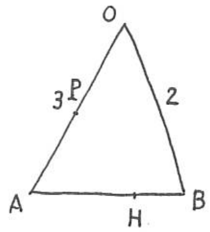
数理 石井K

$\boxed{3}$ 3点O，A，Bがあり，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ とおくと，$|\vec{a}|=3$，$|\vec{b}|=2$，$\cos\angle AOB=\frac{5}{6}$ が成り立っている．OAの中点をPとし，半直線AB上に AB：AH＝1：s ($s>0$) となる点Hをとる．

(1) $\overrightarrow{OH}$ を s，$\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表しなさい．

(2) 直線OHと直線ABが垂直に交わるような s の値を求めよ．

(3) (2)のとき，直線OHと直線PBの交点をQとする．$\overrightarrow{OQ}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を用いて表しなさい．



(1) AB : AH = 1 : S (S > 0) より，

AH : HB = S : 1−S

$\therefore\ \underline{\overrightarrow{OH}=(1-S)\vec{a}+S\vec{b}}$ //

(2) OH⊥AB のとき，$\overrightarrow{OH}\cdot\overrightarrow{AB}=0$

また，$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\angle AOB=5$

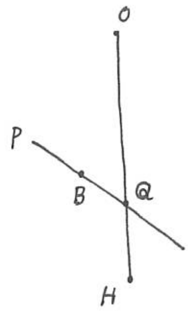
$\therefore\ \overrightarrow{OH}\cdot\overrightarrow{AB}=\{(1-S)\vec{a}+S\vec{b}\}\cdot(\vec{b}-\vec{a})$

$=(1-2S)\vec{a}\cdot\vec{b}-(1-S)|\vec{a}|^2+S|\vec{b}|^2$

$=5-10S-9+9S+4S$

$=3S-4$

$\therefore\ 3S-4=0 \quad \therefore\ \underline{S=\frac{4}{3}}$ //



(3) 3点 O，Q，H は同一直線上にあるから

$\overrightarrow{OQ}=k\overrightarrow{OH}$ と表せる． ∴ (2)より，$\overrightarrow{OQ}=-\frac{1}{3}k\vec{a}+\frac{4}{3}k\vec{b}$ …①

一方，3点 P，B，Q も同一直線上にあるから，

$\overrightarrow{PQ}=l\overrightarrow{PB}$ と表せる． $\overrightarrow{OP}=\frac{1}{2}\vec{a}$ より

$\overrightarrow{OQ}-\frac{1}{2}\vec{a}=l(\vec{b}-\frac{1}{2}\vec{a})$

① を代入して，$-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}k\right)\vec{a}+\frac{4}{3}k\vec{b}=-\frac{1}{2}l\vec{a}+l\vec{b}$

$\vec{a}$，$\vec{b}$ は一次独立より

$\begin{cases}\frac{1}{2}+\frac{1}{3}k=\frac{1}{2}l\\ \frac{4}{3}k=l\end{cases}$ これより，$k=\frac{3}{2}$ ① に代入して，$\underline{\overrightarrow{OQ}=-\frac{1}{2}\vec{a}+2\vec{b}}$ //