大分大学

2014 年 経済学部 第 4 問

$\boxed{4}$ a, bを実数とし，$f(x)=2^{2x-1}-a\cdot 2^x+b$とおく．

(1) $a=3$, $b=4$のとき，方程式$f(x)=0$の解を求めなさい．

(2) $a>0$, $b=0$のとき，方程式$f(x)=0$の解を求めなさい．

(3) 方程式$f(x)=0$が異なる2つの実数解をもつとき，点$(a,\ b)$の表す領域を図示しなさい．

(1) $2^{2x-1}-3\cdot 2^x+4=0 \iff \frac{1}{2}(2^x)^2-3\cdot 2^x+4=0$

$\iff (2^x)^2-6\cdot 2^x+8=0$

$\iff (2^x-2)(2^x-4)=0$

$\therefore 2^x=2,\ 4 \qquad \therefore \underline{x=1,\ 2}$ //

(2) $\frac{1}{2}\cdot(2^x)^2-a\cdot 2^x=0 \qquad \therefore 2^x\left(\frac{1}{2}\cdot 2^x-a\right)=0$

$2^x>0$ より．$\frac{1}{2}\cdot 2^x=a \qquad \therefore 2^x=2a \qquad x=\log_2 2a$

$\therefore \underline{x=\log_2 a+1}$ //

(3) $f(x)=\frac{1}{2}(2^x)^2-a\cdot 2^x+b$

$t=2^x$ とおいたものを $g(t)$ とすると．$(t>0)$

$g(t)=\frac{1}{2}t^2-at+b$

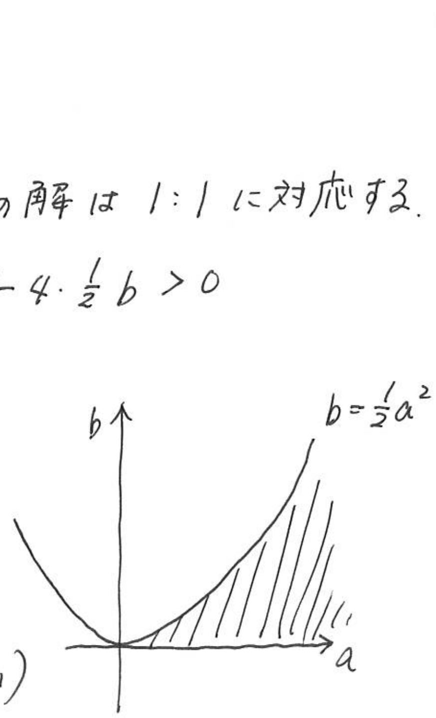
2^x：単調増加より．$g(t)=0$ の解と $f(x)=0$ の解は $1:1$ に対応する．

$g(t)=0$ の判別式を D とおくと．$D=a^2-4\cdot\frac{1}{2}b>0$

$\therefore a^2>2b \qquad \therefore b<\frac{1}{2}a^2 \cdots ①$

軸>0 より．$-\frac{-a}{1}=a>0 \cdots ②$

$g(0)>0$ より $b>0 \cdots ③$



$\therefore$ 右図の斜線部分（境界線は含まない）