

2016年工学部第3問

3 関数  $f(x)$ ,  $g(x)$  は

$$\begin{cases} f(3x) + g(2x) = \sin 6x & \dots\dots(*) \\ f'(3x) + g'(2x) = \sin 6x & \dots \textcircled{1} \\ f(0) = 3 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

を満たしている。下の問いに答えなさい。

- (1) 等式(\*)の両辺を  $x$  で微分しなさい。  
 (2)  $f'(3x)$  を求めなさい。  
 (3)  $f(x)$ ,  $g(x)$  を求めなさい。

$$(1) f'(3x) \cdot 3 + g'(2x) \cdot 2 = 6 \cos 6x$$

$$\therefore \underline{3f'(3x) + 2g'(2x) = 6 \cos 6x} \quad \dots \textcircled{3}$$

(2) ③ - ① × 2 より。

$$\underline{f'(3x) = 6 \cos 6x - 2 \sin 6x} \quad "$$

(3) (2) より。  $f'(x) = 6 \cos 2x - 2 \sin 2x$ 

$$\therefore f(x) = 3 \sin 2x + \cos 2x + C \quad (C \text{ は定数}) \text{ と表す}$$

$$f(0) = 3 \text{ より, } C = 2$$

$$\therefore \underline{f(x) = 3 \sin 2x + \cos 2x + 2} \quad "$$

(\*) に代入して。

$$3 \sin 6x + \cos 6x + 2 + g(2x) = \sin 6x$$

$$\therefore g(2x) = -2 \sin 6x - \cos 6x - 2$$

$$\therefore \underline{g(x) = -2 \sin 3x - \cos 3x - 2} \quad "$$