

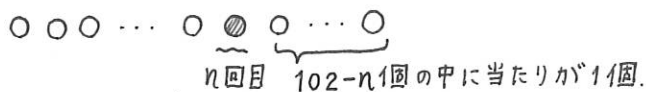
2010年理系第5問

 数理
石井

5 2本の当たりくじを含む102本のくじを、1回に1本ずつ、くじがなくなるまで引き続けることにする。

- (1) n 回目に1本目の当たりくじが出る確率を求めよ。
 (2) A, B, Cの3人が, A, B, C, A, B, C, A, ...の順に, このくじ引きを行うとする。1本目の当たりくじをAが引く確率を求めよ。BとCについても, 1本目の当たりくじを引く確率を求めよ。

(1) $1 \leq n \leq 101$ とする。



$$\text{よって, } \frac{{}_{102-n}C_1}{{}_{102}C_2} = \frac{102-n}{\frac{102 \cdot 101}{2}} = \frac{102-n}{5151} //$$

(2) Aが1本目の当たりくじを引くのは, $n = 1, 4, 7, \dots, 3k-2, \dots, 100$ のときであるから

$$\begin{aligned} P(A) &= \sum_{k=1}^{34} \frac{102-(3k-2)}{5151} \\ &= \frac{1}{5151} \cdot (104 \cdot 34 - \frac{3}{2} \cdot 34 \cdot 35) \\ &= \frac{103}{303} // \end{aligned}$$

Bが1本目の当たりくじを引くのは, $n = 2, 5, 8, \dots, 3k-1, \dots, 101$

$$\begin{aligned} \therefore P(B) &= \sum_{k=1}^{34} \frac{102-(3k-1)}{5151} \\ &= \frac{1}{5151} \cdot (103 \cdot 34 - \frac{3}{2} \cdot 34 \cdot 35) \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Cが1本目の当たりくじを引くのは, $n = 3, 6, 9, \dots, 3k, \dots, 99$

$$\begin{aligned} \therefore P(C) &= \sum_{k=1}^{33} \frac{102-(3k)}{5151} \\ &= \frac{1}{5151} \cdot (102 \cdot 33 - \frac{3}{2} \cdot 33 \cdot 34) \\ &= \frac{33}{101} // \end{aligned}$$