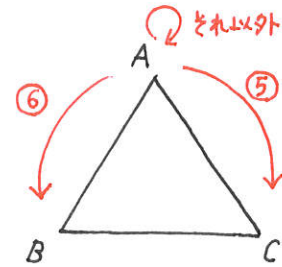




2014年 教育福祉科学部 第2問

 数理
石井

2 正三角形 ABC があり、点 X は正三角形 ABC の頂点を移動する点である。サイコロを投げて 5 の目が出たとき点 X は時計回りに隣の頂点に移動し、6 の目が出たとき点 X は反時計回りに隣の頂点に移動し、それ以外の目が出たとき点 X は移動しない。はじめに点 X は頂点 A にあるとし、サイコロを n 回投げたとき点 X が頂点 A にある確率を P_n とする。



- (1) P_1, P_2, P_3 を求めなさい。
 (2) P_{n+1} を P_n を用いて表しなさい。
 (3) P_n を求めなさい。

$$(1) \underline{P_1 = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}} \quad \text{A} \rightarrow \text{A}$$

$$\underline{P_2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot 2 = \frac{1}{2}} \quad \begin{array}{l} \text{A} \rightarrow \text{A} \rightarrow \text{A} \\ \text{A} \rightarrow \text{C} \rightarrow \text{A} \\ \text{A} \rightarrow \text{B} \rightarrow \text{A} \end{array}$$

$$\underline{P_3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 \cdot 2 + \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot 2 = \frac{5}{12}} \quad \text{〃}$$

$\text{A} \rightarrow \text{B} \rightarrow \text{C} \rightarrow \text{A}$
 $\text{A} \rightarrow \text{C} \rightarrow \text{B} \rightarrow \text{A}$
 $\text{A} \rightarrow \text{A} \rightarrow \text{A} \rightarrow \text{A}$
 $\text{A} \rightarrow \text{A} \rightarrow \text{C} \rightarrow \text{A}$
 $\text{A} \rightarrow \text{C} \rightarrow \text{A} \rightarrow \text{A}$
 $\text{A} \rightarrow \text{C} \rightarrow \text{C} \rightarrow \text{A}$

$\left. \begin{array}{l} \text{CをBに} \\ \text{かえり} \\ \text{も数える} \end{array} \right\}$

$$(2) \underline{P_{n+1} = P_n \cdot \frac{2}{3} + (1 - P_n) \cdot \frac{1}{6}}$$

$$= \underline{\frac{1}{2} P_n + \frac{1}{6}} \quad \text{〃}$$

n 回目 $n+1$
 $\text{A} \rightarrow \text{A} \quad P_n \cdot \frac{2}{3}$
 $\text{A以外} \rightarrow \text{A} \quad (1 - P_n) \cdot \frac{1}{6}$

(3) (2)より

$$P_{n+1} - \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \left(P_n - \frac{1}{3} \right)$$

$\therefore \{P_n - \frac{1}{3}\}$ は初項 $P_1 - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$, 公比 $\frac{1}{2}$ の等比数列

$$\therefore P_n - \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\underline{\underline{P_n = \frac{1}{3} \left\{ 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \right\}}} \quad \text{〃}$$