2012年 工学部・生命環境（生命工） 第4問

$\boxed{4}$ 自然数 n に対して，$S_n = \int_0^{\pi} \sin^n x\,dx$ とする．

(1) S_1 および S_2 を求めよ．

(2) $\dfrac{S_{n+2}}{S_n} = \dfrac{n+1}{n+2}$ を示せ．

(3) $\lim_{n\to\infty} nS_nS_{n+1}$ を求めよ．