山梨大学

2013年 工学部・生命環境（生命工） 第4問

$\boxed{4}$ 関数 $f(x)$ を次のとおりに定める．

$$f(x)=\begin{cases} e^{-\frac{1}{1-x^2}} & (|x|<1\text{のとき}) \\ 0 & (|x|\geqq 1\text{のとき}) \end{cases}$$

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 1-0} f(x)$，$\displaystyle\lim_{x\to -1+0} f(x)$ を求めよ．

(2) $K=\displaystyle\int_{-1}^{1} f(t)\,dt$，$F(x)=\dfrac{1}{K}\displaystyle\int_{-1}^{x} f(t)\,dt$ とする．このとき，$F(0)$ を求めよ．

(3) 関数 $y=F(x)$ の増減を調べ，グラフの概形をかけ．

(4) 関数 $y=F(x)-F(0)$ が奇関数であることを示せ．

(5) 定積分 $\displaystyle\int_{-1}^{2} F(x)\,dx$ を求めよ．