

## 広島大学



2012年理系第1問

- 1 行列  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  の表す 1 次変換によって,2 点 P(1, 1),Q(2, 2) は連立不等式  $1 \le x \le 2$ , $1 \le y \le 2$  の表す領域内の点 P',Q' にそれぞれ移されるものとする.ただし,a,b,c,d は正の実数で a > c を満たすとする.次の問いに答えよ.
  - (1) a+b=1 および c+d=1 が成り立つことを証明せよ.
  - (2) 4点 O(0, 0), R(a, c), S(a+b, c+d), T(b, d) を頂点とする平行四辺形 ORST の面積を pとする とき, 次の式が成り立つことを証明せよ.

$$A\left(\begin{array}{c}b\\-c\end{array}\right)=p\left(\begin{array}{c}b\\-c\end{array}\right)$$

(3) 自然数nに対して、 $a_n$ 、 $b_n$ 、 $c_n$ 、 $d_n$  を

$$\left(\begin{array}{cc} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{array}\right) = A^n \left(\begin{array}{cc} 1 & b \\ 1 & -c \end{array}\right)$$

で定める. このとき  $a_n$ ,  $b_n$ ,  $c_n$ ,  $d_n$  を b, c, n および (2) の p を用いて表せ.

$$(4) \ A^3 = \frac{1}{27} \Big( \begin{array}{cc} 14 & 13 \\ 13 & 14 \end{array} \Big) \, \texttt{となるように} \, A \, \texttt{を定めよ}.$$