



2012年理(数学科) 第2問

2 a, b を実数とし, $a < b$ とする. 関数 $f(x)$ は閉区間 $[a, b]$ で連続, 開区間 (a, b) で少なくとも 2 回まで微分可能で, $f''(x) \geq 0$ とする. 以下の問い合わせに答えよ.

- (1) $a < c < b$ とする. $y = g(x)$ を点 $(c, f(c))$ における $f(x)$ の接線とする. $a \leq x \leq b$ のとき $g(x) \leq f(x)$ を示せ.
- (2) $y = h(x)$ を, $(a, f(a)), (b, f(b))$ の 2 点を通る直線とする. $a \leq x \leq b$ のとき $f(x) \leq h(x)$ を示せ.
- (3) $a < c < b$ とする.

$$\frac{1}{2}(b-a)(f'(c)(a+b-2c) + 2f(c)) \leq \int_a^b f(x) dx \leq \frac{1}{2}(f(a) + f(b))(b-a)$$

を示せ.

(4)

$$\frac{\pi}{2} e^{-\frac{1}{\sqrt{2}}} \leq \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-\cos x} dx \leq \frac{\pi}{4} \left(1 + \frac{1}{e}\right)$$

を示せ.