

2010年 第2問

2 次の問いに答えよ。

(1) 連立不等式

$$|2x + 3y| \leq 5, \quad |3y - 2x| \leq 3$$

で表されるような  $xy$  平面上の領域を図示せよ。(2)  $xy$  平面上の3点  $O(0, 0)$ ,  $A(a, b)$ ,  $B(c, d)$  に対し,  $OA$  と  $OB$  を隣り合う2辺とする平行四辺形の面積は,  $|ad - bc|$  であることを示せ。(3) 行列  $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} s & t \\ u & v \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} k & \ell \\ m & n \end{pmatrix}$  について

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s & t \\ u & v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & \ell \\ m & n \end{pmatrix}$$

が成り立つとき,

$$(ad - bc)(sv - tu) = (kn - \ell m)$$

を示せ。

(4) 実数  $a, b, c, d$  が  $ad - bc \neq 0$  をみたし, 正の実数  $h, k$  が  $hk = |ad - bc|$  をみたすとき,

$$|ax + by| \leq h, \quad |cx + dy| \leq k$$

で表されるような  $xy$  平面上の領域の面積は  $a, b, c, d, h, k$  によらず一定であることを示し, その面積を求めよ。