

2010年 第2問

2 自然数 n に対して,

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x dx$$

とおく. 次の問に答えよ.

- (1) 定積分 I_1, I_2, I_3 を求めよ.
- (2) 次の不等式を証明せよ.

$$I_n \geq I_{n+1}$$

- (3) 次の漸化式が成り立つことを証明せよ.

$$I_{n+2} = \frac{n+1}{n+2} I_n$$

- (4) 次の極限値を求めよ.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{I_{2n+1}}{I_{2n}}$$