お茶の水女子大学

2012 年 理（数学科） 第 1 問

1 半径 2 の円板が x 軸上を正の方向に滑らずに回転するとき，円板上の点 P の描く曲線 C を考える．円板の中心の最初の位置を $(0,\ 2)$，点 P の最初の位置を $(0,\ 1)$ とする．

(1) 円板がその中心のまわりに回転した角を θ とするとき，P の座標は

$$(2\theta - \sin\theta,\ 2 - \cos\theta)$$

で与えられることを示せ．

(2) 点 $\mathrm{P}(2\theta - \sin\theta,\ 2 - \cos\theta)$ $(0 < \theta < 2\pi)$ における曲線 C の法線と x 軸との交点を Q とする．線分 PQ の長さが最大となるような点 P を求めよ．ここで，P において接線に直交する直線を法線という．

(3) 曲線 C と x 軸，2 直線 $x = 0$，$x = 4\pi$ で囲まれた図形を x 軸のまわりに回転してできる立体の体積を求めよ．