お茶の水女子大学

2016 年 理（数学科） 第 4 問

$\boxed{4}$ サイコロを何回か振って最後に出た目を得点とするゲームを行う．

(1) サイコロを 1 回だけ振ることができるときの得点の期待値 E_1 を求めよ．

(2) サイコロを 2 回まで振ることができるとき，1 回目に m 以上の目が出たらそこでやめ，m より小さい目が出たら 2 回目を振ることにする．このときの得点の期待値 $E_2(m)$ を m を用いて表し，$E_2(m)$ が最大となる m を求めよ．

(3) n を 2 以上の自然数，m_1，$\cdots$，m_{n-1} を 6 以下の自然数とする．n 回までサイコロを振ることができるとき，i 回目に m_{n-i} 以上の目が出たらそこでやめ，m_{n-i} より小さい目が出たら $i+1$ 回目を振るという規則でサイコロを振り続ける．ただし，n 回サイコロを振ったらそこでやめる．このときの得点の期待値を $E_n(m_1,\ \cdots,\ m_{n-1})$ とする．以下の問いに答えよ．

(i) $E_3(m_1,\ m_2)$ を $E_2(m_1)$，m_2 を用いて表し，$E_3(m_1,\ m_2)$ が最大となる m_1，m_2 とそのときの $E_3(m_1,\ m_2)$ の値を求めよ．

(ii) $n \geqq 4$ とする．$E_{n-1}(m_1,\ \cdots,\ m_{n-2})$ の最大値を e_{n-1} とすると，$E_n(m_1,\ \cdots,\ m_{n-1})$ が最大となるのは，$E_{n-1}(m_1,\ \cdots,\ m_{n-2})$ が e_{n-1} となり，かつ m_{n-1} が e_{n-1} 以上の最小の自然数となるときである．このことを示せ．

ただし，得点が k となる確率を $p(k)$ としたとき，

$$p(1)+2p(2)+3p(3)+4p(4)+5p(5)+6p(6)$$

を得点の期待値とよぶ．