

2010年畜産学部第1問

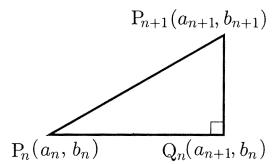
1 自然数  $n$  に対して、 $\{a_n\}$  は初項  $a$ 、一般項  $a_n$  の数列であり、 $\{b_n\}$

は初項  $b$ 、一般項  $b_n$  の数列である。座標平面上の点  $P_n(a_n, b_n)$ ,

点  $P_{n+1}(a_{n+1}, b_{n+1})$  と点  $Q_n(a_{n+1}, b_n)$  の座標は数列  $\{a_n\}$  と

$\{b_n\}$  によって与えられる。また、点  $P_n$  と点  $P_{n+1}$  を通る直線の傾

き  $g_n$  と  $\triangle P_n P_{n+1} Q_n$  の面積  $h_n$  は、それぞれ  $g_n = cb_n$ ,  $h_n = dg_n$  で定義され、各点の位置関係は右図のようになる。ここで、 $h_n$  を一般項とする数列を  $\{h_n\}$  で表し、また、 $d > 0$ 、任意の  $n$  について  $a_{n+1} > a_n$ ,  $h_n > 0$  と仮定する。



- (1) 数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  と  $\{h_n\}$  の中から等差数列と等比数列を見つけ、それぞれの公差または公比を  $c$  と  $d$  で表しなさい。
- (2) 数列  $\{a_n\}$  と数列  $\{b_n\}$  について、それぞれの一般項と、初項から第  $n$  項までの和を  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  および  $n$  で表しなさい。
- (3)  $d = \frac{1}{2}$  のとき、 $c$  の値の範囲を求めなさい。
- (4)  $b = 1$ ,  $d = \frac{1}{2}$ ,  $4h_2 - 6h_1 - 1 = 0$  のとき、 $c$  の値を求めなさい。
- (5)  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  と  $Q_1$  の各点を用いて、 $\alpha = \angle Q_1 P_1 P_2$ ,  $\beta = \angle P_2 P_1 P_3$ ,  $\theta = \angle Q_1 P_1 P_3$  と定義する。 $b = 1$ ,  $c = \frac{2}{3}$ ,  $d = \frac{1}{2}$  のとき、 $\tan \alpha$ ,  $\tan \beta$  と  $\tan \theta$  を求めなさい。