

2014年 畜産学部 第1問

1 2次方程式  $x^2 - x - 1 = 0$  の解を  $\alpha, \beta$  ( $\alpha > \beta$ ) とし,

$$\begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{5}}{5} & -\frac{\sqrt{5}}{5} \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha^n \\ \beta^n \end{pmatrix}$$

によって数列  $\{a_n\}, \{b_n\}$  を定義する。ただし、 $n$  は自然数である。次の各問に答えなさい。

(1) 次の各問に答えなさい。

(i)  $\alpha, \beta$  の値を求めなさい。

(ii)  $a_1, a_2, a_3$  の値を求めなさい。

(iii)  $b_1, b_2, b_3$  の値を求めなさい。

(2) ベクトル  $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$  をそれぞれ  $\vec{p} = (a_1, b_1), \vec{q} = (a_2, b_2), \vec{r} = (a_3, b_3)$  と定義する。

(i)  $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$  の大きさ  $|\vec{p}|, |\vec{q}|, |\vec{r}|$  を求めなさい。

(ii)  $\vec{p}$  と  $\vec{q}$  のなす角  $\theta$  について、 $\cos \theta, \sin \theta, \tan \theta$  を求めなさい。

(iii)  $\vec{q}$  と  $\vec{r}$  のなす角  $\theta$  について、 $\cos 2\theta, \sin 2\theta, \tan 2\theta$  を求めなさい。

(3) 自然数  $n$  について、 $a_{n+1} \geq a_n, b_{n+1} \geq b_n$  がそれぞれ成り立つ。

(i)  $\log_{10} a_n \leq \frac{1}{3}$  を満たす  $n$  をすべて求めなさい。

(ii)  $\log_{10} b_n \leq \frac{1}{3}$  を満たす  $n$  をすべて求めなさい。

(iii)  $\log_{10}(a_n b_n) \leq 1$  を満たす  $n$  をすべて求めなさい。