

## 2016年 畜産学部 第2問

2 関数  $f(x) = x^2 - 4x + 5$  を用いて、放物線  $C: y = f(x)$  が定義されている。放物線  $C$  上の点  $P$  の  $x$  座標を  $t$  とし、原点  $O(0, 0)$  と  $x$  軸上の点  $Q(t, 0)$  を考える。ただし、 $t > 0$  とする。次の各問に答えなさい。

- (1) 線分  $OQ$  と線分  $PQ$  の長さの和を  $t$  の関数として  $L(t)$  で表す。
  - (i)  $L(t)$  を  $t$  の式で表しなさい。
  - (ii)  $L(t)$  が最小値をとるとき、 $t$  と  $L(t)$  の値をそれぞれ求めなさい。
- (2) 放物線  $C$  の頂点を  $A$  とする。
  - (i) 点  $A$  の座標を求めなさい。
  - (ii) 直線  $OP$  が点  $A$  を通るとき、直線  $OP$  と放物線  $C$  で囲まれた部分の面積を求めなさい。
  - (iii) 直線  $OP$  が放物線  $C$  の接線となるとき、 $t$  の値と直線  $OP$  の方程式を求めなさい。
- (3)  $\triangle OPQ$  の面積を  $t$  の関数として  $S_1(t)$  で表す。また、直線  $OP$  と放物線  $C$  および  $y$  軸で囲まれた部分の面積を  $t$  の関数として  $S_2(t)$  で表す。ただし、 $0 < t \leq 2$  とする。
  - (i)  $S_1(t)$  を  $t$  の式で表しなさい。また、関数  $S_1(t)$  の導関数  $S_1'(t)$  を求めなさい。
  - (ii)  $S_1(t)$  の極大点と極小点をそれぞれ求めなさい。
  - (iii)  $S_2(t)$  の最大値を求めなさい。