

2015年学芸(英文)第1問

 数理
石井K

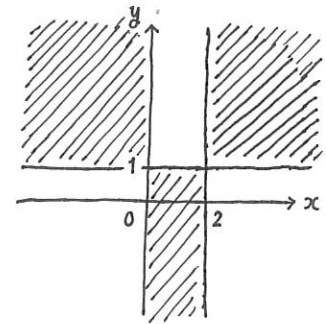
1 次の問いに答えよ。

- (1) 不等式 $(|x-1|-1)(y-1) > 0$ の表す領域を図示せよ。
 (2) 平面上の直線 $y = \frac{1}{2}x + 1$ に関して点 $(2, 7)$ と対称な点の座標を求めよ。
 (3) 3辺の長さが $x, 1-2x, 2-2x$ である直方体がある。このような直方体のなかで体積が最大となるものの体積を求めよ。

$$(1) \text{ (等式)} \Leftrightarrow (|x-1|-1 > 0 \text{ かつ } y-1 > 0) \text{ または } (|x-1|-1 < 0 \text{ かつ } y-1 < 0)$$

$$\Leftrightarrow (x > 2 \text{ かつ } y > 1) \text{ または } (x < 0 \text{ かつ } y > 1) \text{ または } (0 < x < 2 \text{ かつ } y < 1)$$

よて、右の斜線部分(ただし境界線は含まない)

(2) 求める点を (X, Y) とおくと。

$(2, 7)$ と (X, Y) を結ぶ線分の中点は $y = \frac{1}{2}x + 1$ 上にあるので、

$$\frac{7+Y}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2+X}{2} + 1 \quad \therefore X - 2Y = 8 \quad \dots \textcircled{1}$$

$(2, 7)$ と (X, Y) を結ぶ直線は、 $y = \frac{1}{2}x + 1$ に垂直に交わるので

$$\frac{Y-7}{X-2} = -2 \quad \therefore 2X + Y = 11 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ より、} X = 6, Y = -1 \quad \therefore \underline{\underline{(6, -1)}}$$

(3) 体積を $V(x)$ とおくと。

$$V(x) = x(1-2x)(2-2x) \quad (0 < x < \frac{1}{2})$$

$$= 4x^3 - 6x^2 + 2x$$

$$\therefore V'(x) = 12x^2 - 12x + 2$$

$$= 2(6x^2 - 6x + 1)$$

$\therefore 0 < x < \frac{1}{2}$ において、 $V'(x) = 0$ となるのは、 $x = \frac{3-\sqrt{3}}{6}$

$$d = \frac{3-\sqrt{3}}{6} \text{ とおくと、} V'(d) = 0 \text{ より } d^2 = d - \frac{1}{6}$$

$$\therefore V(d) = 4d^3 - 6d^2 + 2d = 4d(d - \frac{1}{6}) - 6d^2 + 2d = -\frac{2}{3}d + \frac{1}{3} = \underline{\underline{\frac{\sqrt{3}}{9}}}$$

x	(0)	\dots	$\frac{3-\sqrt{3}}{6}$	\dots	$(\frac{1}{2})$
$V'(x)$		$+$	0	$-$	
$V(x)$		\nearrow		\searrow	