

2014年理系1第5問


 数理
石井K

5 次の問いに答えよ。

(1) k を定数とする。整式 $3x^3 + 16x^2 + 35x + k$ を整式 A で割ると、商が $x + 3$ で、余りが $5x - 7$ である。このとき、 $k =$ であり、 $A =$ $x^2 +$ $x +$ である。

(2) a, b, c を定数とする。方程式 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ の解が $-2, -1 \pm \sqrt{2}i$ であるとき、 $a =$, $b =$, $c =$ である。

(1) $A = ax^2 + bx + c$ とおくと、

$$\begin{aligned} 3x^3 + 16x^2 + 35x + k &= (x+3)(ax^2 + bx + c) + 5x - 7 \\ &= ax^3 + bx^2 + cx + 3ax^2 + 3bx + 3c + 5x - 7 \\ &= ax^3 + (3a+b)x^2 + (3b+c+5)x + 3c-7 \end{aligned}$$

$$\therefore a=3, 3a+b=16, 3b+c+5=35, 3c-7=k$$

$$\Leftrightarrow a=3, b=7, c=9, k=20$$

(2) $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ より、解と係数の関係を用いて、

$$-a = -2 + (-1 + \sqrt{2}i) + (-1 - \sqrt{2}i) \quad \therefore a = 4$$

$$\begin{aligned} b &= -2(-1 + \sqrt{2}i) - 2(-1 - \sqrt{2}i) + (-1 + \sqrt{2}i)(-1 - \sqrt{2}i) \\ &= 4 + (1+2) \quad \therefore b = 7 \end{aligned}$$

$$-c = -2(-1 + \sqrt{2}i)(-1 - \sqrt{2}i) \quad \therefore c = 2(1+2) = 6$$