

2010年第3問

3 Oを原点とする座標平面において、曲線 $y = x^3$ 上の点 $P(t, t^3)$ から x 軸に下ろした垂線と x 軸との交点をHとする。ただし、 $t > 0$ である。Hを通り線分OPに垂直な直線と y 軸との交点をQとし、線分HQと線分OPの交点をRとする。 $\triangle ORQ$ の面積を S_1 、 $\triangle HPR$ の面積を S_2 とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 点Qの y 座標を求めよ。
- (2) 点Rの x 座標を求めよ。
- (3) S_1 と S_2 を t の式で表せ。
- (4) $\lim_{t \rightarrow \infty} S_1 S_2$ の値を求めよ。
- (5) $S_1 + S_2$ の最小値を求めよ。