

2011 年 初等教育 第 1 問

1 次の問いに答えよ.

- (1)  $N$  は自然数で  $N^{10}$  が 16 桁であるとする. このとき,  $N^8$  は何桁になるか求めよ.  
(2)  $\alpha$  が無理数であり,  $a, b$  が有理数であるとき,

$$a + b\alpha = 0 \text{ ならば } a = b = 0$$

であることを証明せよ.

- (3)  $a, b, c, x, y, z$  を実数とする.

- ( i )  $(a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) \geq (ax + by + cz)^2$  が成り立つことを示せ.  
( ii )  $x + y + z = 1$  のとき,  $x^2 + y^2 + z^2$  の最小値を求めよ.