



2012年理系第1問

1 平面上の点 $P(x, y)$ を

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ a & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

によって定められる点 $Q(X, Y)$ に移す移動を考える。ここで、 a は実数とする。楕円 $C: x^2 + 4y^2 = 1$ が与えられているとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点 $P(x, y)$ が楕円 C 上を動くとき、点 $Q(X, Y)$ は円 $D: X^2 + Y^2 = 1$ 上を動くとする。このとき a の値を求めよ。
- (2) 点 $P(x, y)$ が楕円 C 上を動くとき、点 $Q(X, Y)$ は直線 $l: Y = pX + q$ 上を動くとする。ただし p, q は実数とする。このとき a および p, q の値を求めよ。
- (3) (2) において、点 $P(x, y)$ が楕円 C 上を動くとき、点 $Q(X, Y)$ の X の最大値、最小値を求めよ。